$\sin^5 x + \cos^5 x = 1$ решить разложив по $a^5 + b^5 = \ldots$

$f(a)=a^5+b^5$

$a=-b$

делится на (а-корень)$=a-(-b)=a+b$

$a^5+0a^4+0a^3+0a^2+0a+b^5 \mid a+b$

$a^5+a^4b \qquad \mid a^4 -a^3b + a^2b^2-ab^3+b^4$

$-a^4b+0a^3$

$-a^4b+-a^3b^2$

$a^3b^2+0a^2$

$a^3b^2 +a^2b^3$

$- a^2b^3+0a$

$-a^2b^3-ab^4$

ab^4+b^5

ab^4+b^5

0

$a^5+b^5=(a+b)(a^4 -a^3b + a^2b^2-ab^3+b^4)$

$(\sin x +\cos x)(\sin^4 x - \sin^3 x \cos x + \sin^2 x \cos^2 x - \sin x \cos^3 x + \cos^4 x)=1$

$(\sin x +\cos x)(\sin^4 x - \sin x \cos x + 2\sin^2 x \cos^2 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x)=1$

$(\sin x +\cos x)(1- \sin x \cos x - \sin^2 x \cos^2 x)=1$

ЗАМЕНА

$\sin x+\cos x=t \quad \Rightarrow \quad \sin^2 x+ 2\sin x\cos x + \cos^2 x =t^2 \Rightarrow \sin x \cdot \cos x =(t^2-1)/2$

$t(1-(t^2-1)/2-(t^2-1)^2/4)=1$

$t - (t^3-t)/2-(t^3-t)^2/4 =1$

$4t - 2(t^3-t)-t(t^2-1)^2 =4$

$4t - 2t^3 +2t - t(t^4-2t^2 +1) = 4$

$4t - 2t^3 +2t - t^5+2t^3 -t-4=0$

$-t^5 +5t -4=0$

$t^5 -5t +4=0$

$t^4+t^3+t^2+t-4=0$

$t=1$

$t^3+2t^2+3t+4=0$

корень меньше $y= -V2 \qquad \sin(x+P/4)=y/V2 <-1$ решений нет

$\sin x+\cos x =1$

$V2\sin(x+P/4)=1$

$\sin(x+P/4)=V2/2$

$x+P/4=P/4+2Pk$

$x=2Pk$

$x+P/4=3P/4+2Pk$

$x=P/2+2Pk$

$\sin^{2003} x + \cos^{2003} x = 1$

$\sin x=0 \qquad \cos x=1$

$x=2Pk \qquad x=2Pk$

$\sin x=1 \qquad \cos x=0$

$x=P/2+2Pk \qquad x=P/2+2Pk$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\sin x=(-1;1)\setminus\{0\}$

$\cos x=(-1;1)\setminus\{0\}$

$\sin^{2003} x + \cos^{2003} x < 1$